Ejercicios Lógica

Inteligencia Artificial

23 de septiembre de 2008

1. Ejercicios de Lógica Proposicional

1.1. Ejercicio 1.1

De los siguientes enunciados, indica cuáles son declarativos. Para aquellos que sí lo sean, definir si son enunciados de acción, de atribución de propiedad o de relación.

1. ¿Cuánto mides?
2. Termina el ejercicio número 3
3. El aula es grande
4. No te creo
5. ¡Oh, dolor!
6. La hulla es el reverso de la nieve
7. Es falso que el aula sea grande

1.2. Ejercicio 1.2

Describir, mediante lógica proposicional, las siguientes proposiciones:

1. Tengo fiebre
2. O eres tonto o eres tonto
3. A pesar de que eres informático, me gustas
4. Que n sea primo y mayor que 2 es suficiente para afirmar que n es impar
5. Si no estás listo a las 8 no iremos al cine y me iré con mis amigas. Y por culpa de ésto, me dirás que siempre estoy de juerga.

1.3. Ejercicio 1.3

Perico, Quique y Raimundo son sospechosos del robo del banco de Springfield. Suponemos que "p", "q" y "r" simbolizan respectivamente los enunciados "Perico es Inocente", "Quique es inocente" y "Raimundo es inocente". Construye las fórmulas que simbolicen los enunciados siguientes:

1. Hay a lo sumo un inocente
2. Hay a lo sumo un culpable
3. Si hay un culpable, entonces hay más de uno
4. Hay más culpables que inocentes
5. Hay más inocentes que culpables

1.4. Ejercicio 1.4

En un interrogatorio por el robo de un examen, el profesor interroga a los tres alumnos sospechosos, que le responden como sigue:

- Agapito: Ni Hilario ni yo hemos sido
- Bartolo: Agapito está mintiendo
- Hilario: Agapito no es el ladrón

Suponiendo que sólo hay un culpable, y que los inocentes dicen la verdad, ¿se puede deducir cuál de los alumnos es el ladrón?

2. Ejercicios de Lógica de Primer Orden

2.1. Ejercicio 2.1

Formalizar la siguiente deducción:

1. Ningún tiburón duda nunca de su buena preparación.
2. Un pez que no sea capaz de bailar un minuto es despreciable.
3. Ningún pez está seguro de su buena preparación a menos que tenga tres filas de dientes.
4. Todos los peces, excepto los tiburones, son amables con los niños.
5. Ningún pez obeso puede bailar un minuto.
6. Un pez con tres filas de dientes no es despreciable.
7. Luego todos los peces obesos son amables con los niños.

2.2. Ejercicio 2.2

Formalizar la siguiente deducción:

"Existen personas a quienes sus padres fuerzan a elegir una carrera. Es sabido que los buenos padres hacen lo mejor para sus hijos; pero los que fuerzan a elegir una carrera a otros no hacen lo mejor para ellos. Por lo tanto, existen malos padres."

2.3. Ejercicio 2.3

Formalizar el siguiente diálogo entre Alicia y el Sombrerero Loco.

¿Puedo sentarme a la mesa? - dijo Alicia.

- Para eso, tienes que ponerte un sombrero - repuso el Sombrerero.

- ¿Por qué?

- Porque llevas coletas. Verás: aquí, sólo los que llevan sombrero beben té con la Liebre. Es sabido que para llevar coletas, es preciso ser humano. Pero sólo los que beben té, o los que no son humanos, se pueden sentar a la mesa. Y nadie, salvo la Liebre, bebe té con los humanos. Por lo tanto, si llevas coletas, y no te pones sombrero, no puedes sentarte a la mesa."

3. Soluciones a los Ejercicios de Lógica Proposicional

3.1. Solución del Ejercicio 1.1

La lógica estudia razonamientos que se refieren a oraciones declarativas, es decir, oraciones de las que tiene sentido preguntarse si son verdaderas (corresponden con los hechos) o falsas (no corresponden con los hechos). De esto se deduce que:

1. No declarativo
2. No declarativo
3. Declarativo. Atribución de propiedad
4. Declarativo. Enunciado de acción
5. No declarativo
6. Declarativo. Relación
7. Declarativo. Atribución de propiedades

3.2. Solución del Ejercicio 1.2

1. p, siendo:
   p: ocurre que tengo fiebre

2. $(p \vee p)$, siendo:
   p: ocurre que eres tonto

3. $(p \wedge q)$, siendo:
   p: ocurre que eres informático
   q: ocurre que me gustas

4. $((p \wedge q) \rightarrow r)$, siendo:
   p: n es primo
   q: n es mayor que 2
   r: r es impar

5. $(\neg p \rightarrow ((\neg q \wedge r)) \wedge ((\neg q \wedge r) \rightarrow s)$, siendo:
   p: estarás listo a las 8
   q: iremos al cine
   r: me iré con mis amigas
   s: me dirás que siempre estoy de juerga

3.3. Solución del Ejercicio 1.3

1. El enunciado se transforma a que siempre hay dos culpables:
   $(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge \neg r) \vee (\neg r \wedge \neg q)$

2. El enunciado se transforma a que siempre hay 2 inocentes:
   $(p \wedge q) \vee (p \wedge r) \vee (r \wedge q)$

3. $(\neg p \rightarrow (\neg q \vee \neg r)) \wedge (\neg q \rightarrow (\neg p \vee \neg r)) \wedge (\neg r \rightarrow (\neg p \vee \neg q))$

4. Equivale a "Hay a lo sumo un inocente"

5. Equivale a "Hay a lo sumo un culpable"

3.4. Solución al Ejercicio 1.4

Definimos los siguientes proposiciones:

- a: Agapito es inocente
- h: Hilario es inocente
- b: Bartolo es inocente

Con estas proposiciones, siguiendo el enunciado se obtienen las siguientes fórmulas:

$a \rightarrow (h \wedge a)$
$b \rightarrow \neg(h \wedge a)$
$h \rightarrow a$

Y dado que sólo uno de los tres es culpable:

$\neg a \rightarrow (h \wedge b)$
$\neg h \rightarrow (a \wedge b)$
$\neg b \rightarrow (a \wedge h)$

Para saber quién es el inocente, se puede seguir el método del absurdo, que consiste en asumir que uno de ellos es el inocente, y comprobar si esto produce una contradicción. Esto ocurre si asumimos que Bartolo es inocente. Si Bartolo es inocente, no se cumple que lo sean Hilario y Agapito, por tanto, se cumple que uno de los dos es culpable $\neg h \vee \neg a$. Por tanto, hay dos posibilidaes. Si Agapito es culpable, tanto Bartolo como Hilario serían inocentes, pero esto sería una contradicción, puesto que si Hilario es inocente, también lo es Agapito. Si es Hilario culpable, también sería una contradicción, puesto que Bartolo y Agapito deberían se inocentes, y entonces Hilario también debería serlo. De todo esto se deduce que Hilario es culpable y, dado que sólo hay un culpable, tanto Agapito como Bartolo son inocentes.

4. Soluciones a los Ejercicios de Lógica de Primer Orden

4.1. Solución al Ejercicio 2.1

Formalización:

- El dominio son los peces.

- T(x): x es un tiburón
- P(x): x duda de su buena preparación
- M(x): x es capaz de bailar un minuto
- D(x): x es despreciable
- DI(x): x tiene tres filas de dientes
- A(x): x es amable con los niños
- O(x): x es obeso

Deducción:

(1)	$\forall x(T(x) \rightarrow \sim P(x))$	Premisa
(2)	$\forall x(\sim M(x) \rightarrow D(x))$	Premisa
(3)	$\forall x(\sim P(x) \rightarrow DI(x))$	Premisa
(4)	$\forall x(\sim T(x) \rightarrow A(x))$	Premisa
(5)	$\forall x(O(x) \rightarrow \sim M(x))$	Premisa
(6)	$\forall x(DI(x) \rightarrow \sim D(x))$	Premisa
(21)	$\forall x(O(x) \rightarrow A(x))$	G.U. Conclusión

4.2. Solución al Ejercicio 2.3

- El dominio es el de las personas.
- P(x,y): x es padre de y
- F(x,y): x fuerza a y a elegir una carrera
- M(x,y): x hace lo mejor para y
- B(x): x es bueno

Formalización: en la primera premisa, asumimos la existencia de jóvenes que la cumplen. No sería lo mismo formalizar $\exists y \forall x(P(x, y) \rightarrow F(x, y))$, en cuyo caso tendríamos que llegar también a una implicación.

(1)	$\exists y \exists x(P(x, y) \wedge F(x, y))$	Premisa
(2)	$\forall x \forall y(P(x, y) \wedge B(x) \rightarrow M(x, y))$	Premisa
(3)	$\forall x \forall y(F(x, y) \rightarrow \sim M(x, y))$	Premisa
(18)	$\exists y \exists x(P(x, y) \wedge \sim B(x))$	Deducción

4.3. Solución al Ejercicio 2.3

- El dominio son las personas.
- S(x): x se pone sombrero
- L(x): x es la Liebre
- B(x,y): x bebe té con y
- C(x): x lleva coletas
- H(x): x es humano

(1)	$\forall x \forall y (B(x,y) \land L(y) \to S(x))$	Premisa
(2)	$\forall x (C(x) \to H(x))$	Premisa
(3)	$\forall x (M(x) \to \sim H(x) \lor \exists y (B(x,y)))$	Premisa
(4)	$\forall x (H(x) \to \forall y (B(x,y) \to L(y))$	Premisa
(30)	$\forall (x)(C(x) \land \sim S(x) \to \sim M(x))$	Conclusión